

# SYNTHÈSE DE COURS

## La proportionnalité

La notion de proportionnalité est omniprésente en mathématiques et savoir calculer, sans la calculatrice, une quatrième proportionnelle à l'aide d'un tableau de proportionnalité est indispensable.

### Modélisation d'une situation de proportionnalité

Lorsqu'une grandeur  $y$  est proportionnelle à une grandeur  $x$  et inversement, il est possible de modéliser la situation à l'aide d'un tableau de proportionnalité.

$x$	$a$	$c$
$y$	$b$	$d$

$\times k = \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

Dans le tableau ci-dessus, nous pouvons écrire :  $a \times \frac{b}{a} = b$  et  $c \times \frac{d}{c} = d$ . Cependant, le fait que la situation décrite soit une situation de proportionnalité impose la relation :

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c} = k$$

où  $k$  est appelé coefficient de proportionnalité du tableau. D'une manière générale, comme  $y = k \times x$ , la fonction linéaire  $f$  qui, à tout nombre réel  $x$ , associe le nombre  $k \times x$  est dite modéliser la situation de proportionnalité,  $f$  étant définie par  $f(x) = k \times x$ .

La situation de proportionnalité se traduit aussi par l'égalité :  $\frac{c}{a} = \frac{d}{b}$ .

$x$	$a$	$c$
$y$	$b$	$d$

$\times \frac{c}{a}$

$\times \frac{d}{b}$

ou encore par l'égalité :  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ .

$x$	$a$	$c$
$y$	$b$	$d$

$\times \frac{a}{c}$   
 $\times \frac{b}{d}$

D'une manière générale, lorsqu'un tableau est un tableau de proportionnalité, comme ci-dessous :

$x$	$a$	$c$
$y$	$b$	$d$

une propriété fondamentale est vérifiée : celle dite de l'égalité des produits en croix.

$$a \times d = b \times c$$

## Applications

Dans le tableau ci-dessous, on observe que :  $4 \times \frac{5}{4} = 5$  et  $8 \times \frac{5}{4} = 10$ . De même,  $4 \times 2 = 8$  et  $5 \times 2 = 10$ . Enfin, l'égalité des produits en croix est vérifiée :  $4 \times 10 = 5 \times 8 = 40$ . Ces égalités confirment que le tableau est un tableau de proportionnalité.

$x$	4	5
$y$	8	10

$\times \frac{5}{4}$   
 $\times 2$   
 $\times \frac{5}{4}$

Dans le tableau ci-après, au contraire, on observe que :  $1 \times 10 \neq 4 \times 3$ . Le tableau n'est pas un un tableau de proportionnalité.

$x$	1	3
$y$	4	10

$\xrightarrow{\times 3}$   
 $\xrightarrow{\times 2.5}$

Dans les exemples et exercices proposés ci-dessous, les tableaux sont tous des tableaux de proportionnalité. A l'aide des règles de calcul sur les fractions, sans la calculatrice, calculer de plusieurs manières la quatrième proportionnelle manquante.

### Exemples

Dans l'exemple ci-dessous, on a  $4 \times 3 = 12$ , d'où le calcul aisé de la quatrième proportionnelle :  $10 \times 3 = 30$ .

$x$	4	12
$y$	10	

$\xrightarrow{\times 3}$

Dans l'exemple ci-dessous, on a  $5 \times 4 = 20$ , d'où :  $3 \times 4 = 12$ .

$x$	3	5
$y$		20

$\xrightarrow{\times 4}$

### Exercices

Dans chacun des tableaux de proportionnalité ci-dessous, déterminer la quatrième proportionnelle manquante :

$x$	15	6
$y$	10	

$x$	30	
$y$	24	48

$x$		45
$y$	9	5

$x$	128	56
$y$	48	

$x$	27	36
$y$		54

$x$	36	24
$y$	30	

$x$	1.8	2.7
$y$		0.6

$x$	18	45
$y$		15

$x$	3.9	1.3
$y$	4.8	

$x$	2	5
$y$		8

$x$	1.2	9
$y$	16	