

SYNTHÈSE DE COURS

La proportionnalité

La notion de proportionnalité est omniprésente en mathématiques et savoir calculer, sans la calculatrice, une quatrième proportionnelle à l'aide d'un tableau de proportionnalité est indispensable.

Modélisation d'une situation de proportionnalité

Lorsqu'une grandeur y est proportionnelle à une grandeur x et inversement, il est possible de modéliser la situation à l'aide d'un tableau de proportionnalité.

x	a	c
y	b	d

$\times k = \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

Dans le tableau ci-dessus, nous pouvons écrire : $a \times \frac{b}{a} = b$ et $c \times \frac{d}{c} = d$. Cependant, le fait que la situation décrite soit une situation de proportionnalité impose la relation :

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c} = k$$

où k est appelé coefficient de proportionnalité du tableau. D'une manière générale, comme $y = k \times x$, la fonction linéaire f qui, à tout nombre réel x , associe le nombre $k \times x$ est dite modéliser la situation de proportionnalité, f étant définie par $f(x) = k \times x$.

La situation de proportionnalité se traduit aussi par l'égalité : $\frac{c}{a} = \frac{d}{b}$.

x	a	c
y	b	d

$\times \frac{c}{a}$
 $\times \frac{d}{b}$

ou encore par l'égalité : $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

x	a	c
y	b	d

$\times \frac{a}{c}$
 $\times \frac{b}{d}$

D'une manière générale, lorsqu'un tableau est un tableau de proportionnalité, comme ci-dessous :

x	a	c
y	b	d

une propriété fondamentale est vérifiée : celle dite de l'égalité des produits en croix.

$$a \times d = b \times c$$

Applications

Dans le tableau ci-dessous, on observe que : $4 \times \frac{5}{4} = 5$ et $8 \times \frac{5}{4} = 10$. De même, $4 \times 2 = 8$ et $5 \times 2 = 10$. Enfin, l'égalité des produits en croix est vérifiée : $4 \times 10 = 5 \times 8 = 40$. Ces égalités confirment que le tableau est un tableau de proportionnalité.

x	4	5
y	8	10

$\times \frac{5}{4}$
 $\times 2$
 $\times \frac{5}{4}$

Dans le tableau ci-après, au contraire, on observe que : $1 \times 10 \neq 4 \times 3$. Le tableau n'est pas un un tableau de proportionnalité.

x	1	3
y	4	10

$\xrightarrow{\times 3}$
 $\xleftarrow{\times 2.5}$

Dans les exemples et exercices proposés ci-dessous, les tableaux sont tous des tableaux de proportionnalité. A l'aide des règles de calcul sur les fractions, sans la calculatrice, calculer de plusieurs manières la quatrième proportionnelle manquante.

Exemples

Dans l'exemple ci-dessous, on a $4 \times 3 = 12$, d'où le calcul aisé de la quatrième proportionnelle : $10 \times 3 = 30$.

x	4	12
y	10	

$\xrightarrow{\times 3}$

Dans l'exemple ci-dessous, on a $5 \times 4 = 20$, d'où : $3 \times 4 = 12$.

x	3	5
y		20

$\xleftarrow{\times 4}$

Exercices

Dans chacun des tableaux de proportionnalité ci-dessous, déterminer la quatrième proportionnelle manquante :

x	15	6
y	10	

x	30	
y	24	48

x		45
y	9	5

x	128	56
y	48	

x	27	36
y		54

x	36	24
y	30	

x	1.8	2.7
y		0.6

x	18	45
y		15

x	3.9	1.3
y	4.8	

x	2	5
y		8

x	1.2	9
y	16	