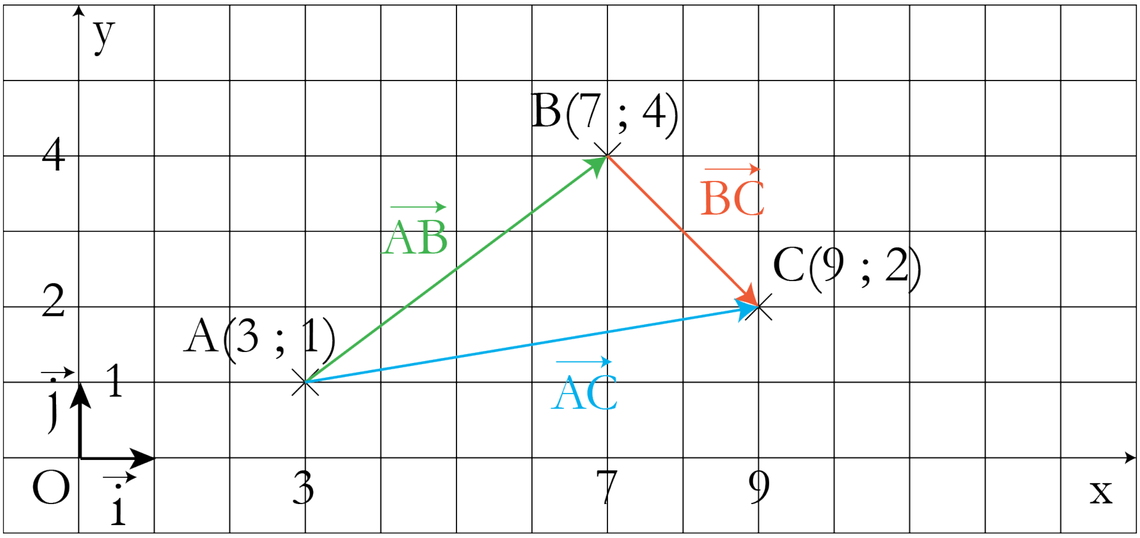
Activité - vecteurs

4. a) Tracés des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$.



D'après la figure, le vecteurs $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées vectorielles $\binom{4}{3}$ car $\overrightarrow{AB} = 4\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$.

$\overrightarrow{BC}$ a pour coordonnées vectorielles $\binom{2}{-2}$ car $\overrightarrow{BC} = 2\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$.

$\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées vectorielles $\binom{6}{1}$ car $\overrightarrow{AC} = 6\vec{\imath} + \vec{\jmath}$.

b) Déterminons les coordonnées des points A, B et C dans le repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Point	Coordonnées cartésiennes
A	(3 ; 1)
B	(7 ; 4)
C	(9 ; 2)

c) Calculons $\binom{x_B - x_A}{y_B - y_A}$, $\binom{x_C - x_B}{y_C - y_B}$ et $\binom{x_C - x_A}{y_C - y_A}$.

On a : $\binom{x_B - x_A}{y_B - y_A} = \binom{7-3}{4-1} = \binom{4}{3} = \overrightarrow{AB}$.

De plus : $\binom{x_C - x_B}{y_C - y_B} = \binom{9-7}{2-4} = \binom{2}{-2} = \overrightarrow{BC}$.

Enfin : $\binom{x_C - x_A}{y_C - y_A} = \binom{9-3}{2-1} = \binom{6}{1} = \overrightarrow{AC}$.

Cours

Soit $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points définis dans un repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées vectorielles $\binom{x_B - x_A}{y_B - y_A}$ dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

d) Calculons les coordonnées vectorielles du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

On a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \binom{4}{3} + \binom{2}{-2} = \binom{4+2}{3-2} = \binom{6}{1} = \overrightarrow{AC}$.

e) Soit M(x ; y) un point quelconque du plan rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, démontrons la relation de Chasles $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{AM} = \binom{x_M - x_A}{y_M - y_A} = \binom{x-3}{y-1}$ et $\overrightarrow{MB} = \binom{x_B - x_M}{y_B - y_M} = \binom{7-x}{4-y}$

Donc : $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \binom{x-3}{y-1} + \binom{7-x}{4-y} = \binom{x-3+7-x}{y-1+4-y} = \binom{7-3}{4-1} = \binom{4}{3} = \overrightarrow{AB}$.

Cours

On appelle **relation de Chasles** l'égalité $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$ qui est vraie quel que soit le point M considéré.