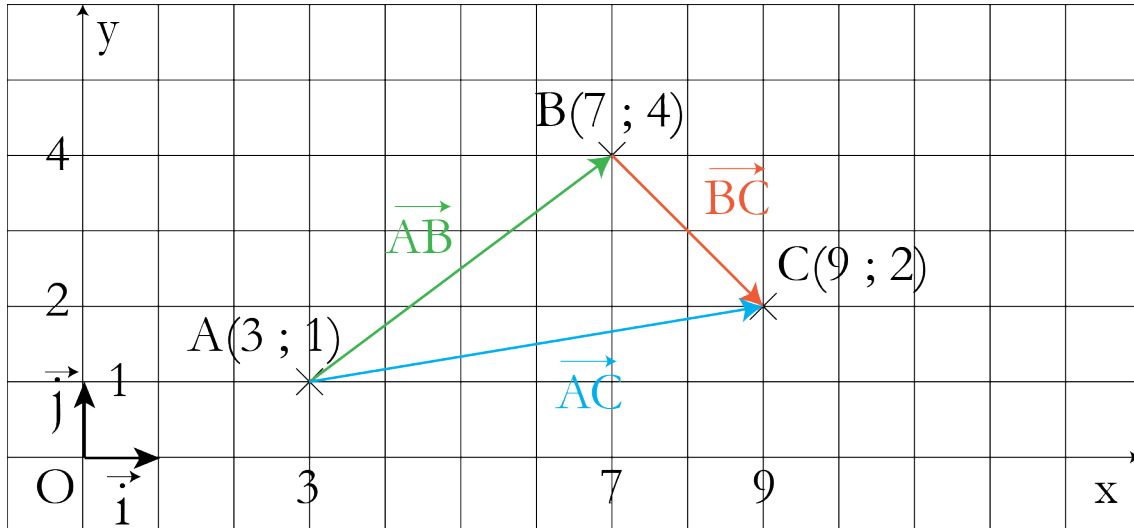


Activité - vecteurs

4. a) Tracés des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{AC} .



D'après la figure, le vecteurs \overrightarrow{AB} a pour coordonnées vectorielles $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ car

$$\overrightarrow{AB} = 4\vec{i} + 3\vec{j}.$$

\overrightarrow{BC} a pour coordonnées vectorielles $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ car $\overrightarrow{BC} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$.

\overrightarrow{AC} a pour coordonnées vectorielles $\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ car $\overrightarrow{AC} = 6\vec{i} + \vec{j}$.

b) Déterminons les coordonnées des points A, B et C dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Point	Coordonnées cartésiennes
A	(3 ; 1)
B	(7 ; 4)
C	(9 ; 2)

c) Calculons $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$.

$$\text{On a : } \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 - 3 \\ 4 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}.$$

$$\text{De plus : } \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 - 7 \\ 2 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{BC}.$$

$$\text{Enfin : } \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 - 3 \\ 2 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC}.$$

Cours

Soit $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points définis dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Le vecteur \overrightarrow{AB} a pour coordonnées vectorielles $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ dans la base (\vec{i}, \vec{j}) .

d) Calculons les coordonnées vectorielles du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

$$\text{On a : } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC}.$$

e) Soit $M(x; y)$ un point quelconque du plan rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$,

démontrons la relation de Chasles $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$.

$$\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-3 \\ y-1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{MB} = \begin{pmatrix} x_B - x_M \\ y_B - y_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7-x \\ 4-y \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc : } \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \begin{pmatrix} x-3 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7-x \\ 4-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-3+7-x \\ y-1+4-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7-3 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}.$$

Cours

On appelle **relation de Chasles** l'égalité $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$ qui est vraie quel que soit le point M considéré.