évaluation 2de

Cours - Définition

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dits colinéaires si et seulement s'il existe un nombre réel k tel que $\vec{u} = k\,\vec{v}$.

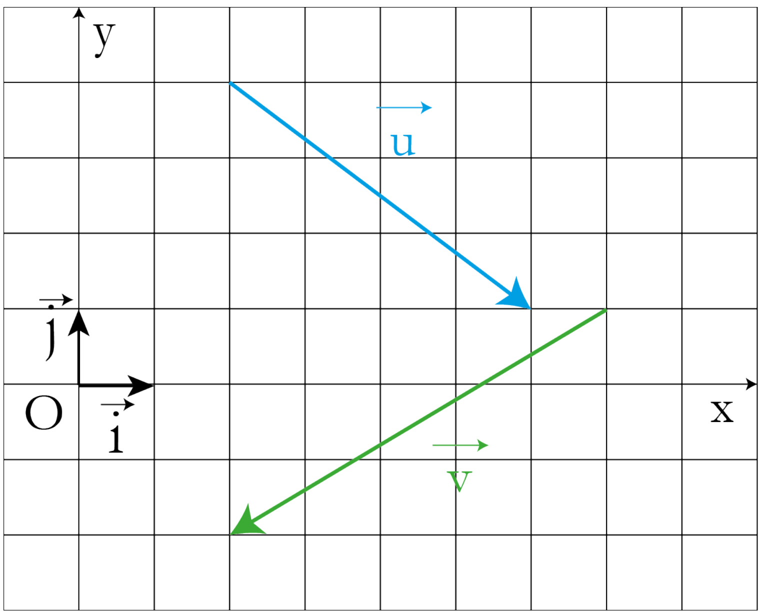
Propriété

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires $\Leftrightarrow det(\vec{u},\vec{v}) = 0$

Savoir 1

Soient $\vec{v}\binom{4}{-3}$ et $\vec{w}\binom{-5}{-3}$ deux vecteurs définis par rapport à une base $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$ orthonormée.

1. Représentons $\vec{v}$ et $\vec{w}$ dans la base $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$.



2. Déterminons $det(\vec{v}\,,\vec{w})$.

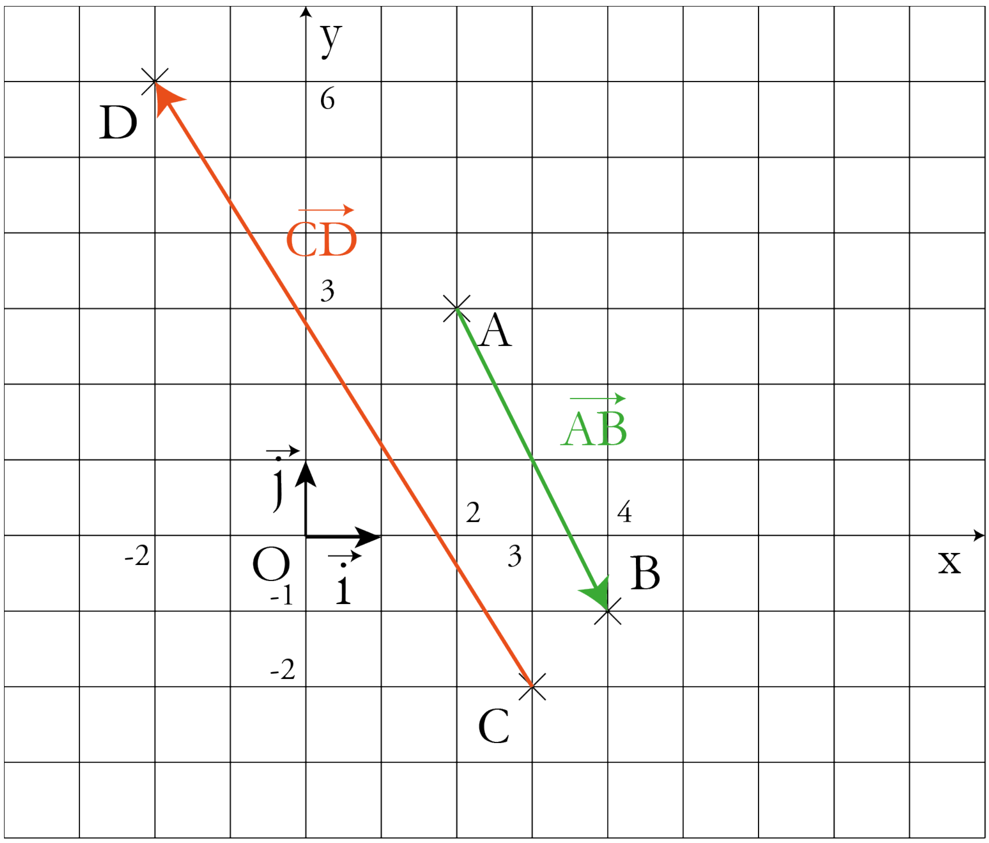
$$det(\vec{v},\vec{w}) = \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ -3 & -3 \end{vmatrix} = 4\times(-3)-(-5)\times(-3) = -12-15 = -27.$$

3. Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ ne sont pas colinéaires car $det(\vec{v},\vec{w}) = -27 \neq 0$.

Savoir 2

Soient A(2 ; 3), B(4 ; -1), C(3 ; -2) et D(-2 ; 6) quatre points du plan rapporté à un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ orthonormé.

1. Représentons la situation par un dessin.



2. Déterminons $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

$\overrightarrow{AB} = \binom{x_B - x_A}{y_B - y_A} = \binom{4-2}{-1-3} = \binom{2}{-4}$.

$\overrightarrow{CD} = \binom{x_D - x_C}{y_D - y_C} = \binom{-2-3}{6-(-2)} = \binom{-5}{8}$.

3. Déterminons $det(\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{CD})$.

$det(\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{CD}) = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ -4 & 8 \end{vmatrix} = 2 \times 8 - (-5) \times (-4) = 16 - 20 = -4.$

4. Les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles car $det(\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{CD}) = -4 \neq 0$

Savoir 3

Soient A(2 ; 3), B(4 ; -1) et C(3 ; -2) trois points du plan rapporté à un repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ orthonormé.

1. Déterminons $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

   $\overrightarrow{AB} = \binom{2}{-4}$ et $\overrightarrow{AC} = \binom{x_C - x_A}{y_C - y_A} = \binom{3-2}{-2-3)} = \binom{1}{-5}$.

2. Déterminons $det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

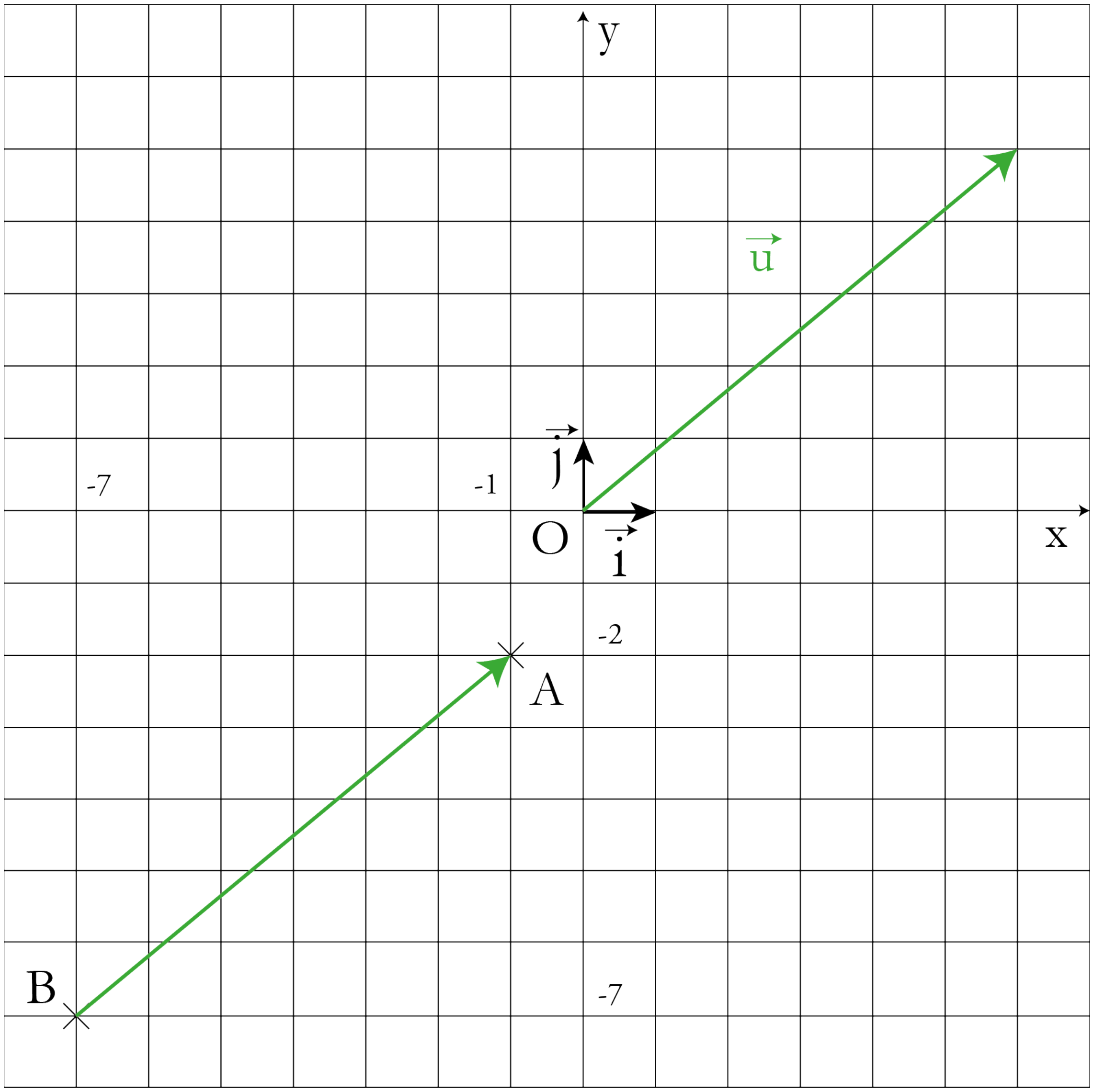
   $det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -5 \end{vmatrix} = 2 \times (-5) - 1 \times (-4) = -10 + 4 = -6 \neq 0.$

3. Les points A, B et C ne sont pas alignés car les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires. On a : $det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \neq 0$

Exercice

On considère, dans un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ orthonormé, le point A(-1 ; -2) et le vecteur $\vec{u}$ de coordonnées vectorielles $\binom{6}{5}$.

a) Figure représentant la situation.



b) On donne $\overrightarrow{BA} = \vec{u}$. Pour la construction du point B, voir figure ci-dessus.

D'après la figure, on peut lire que B a pour coordonnées (-7 ; -7).

c) Déterminons les coordonnées $(x_B; y_B)$ du point B sachant que $\overrightarrow{BA} = \vec{u}$ avec A(-1 ; -2) et $\vec{u}\ \binom{6}{5}$.

$\overrightarrow{BA} = \vec{u} \Leftrightarrow \binom{x_A - x_B}{y_A - y_B} = \binom{6}{5} \Leftrightarrow \binom{-1 - x_B}{-2 - y_B} = \binom{6}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - x_B = 6 \\ -2 - y_B = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x_B = 6 + 1 \\ -y_B = 5 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x_B = 7 \\ -y_B = 7 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_B = -7 \\ y_B = -7 \end{cases}$

Conclusion : le point B a pour coordonnées cartésiennes (-7 ; -7).