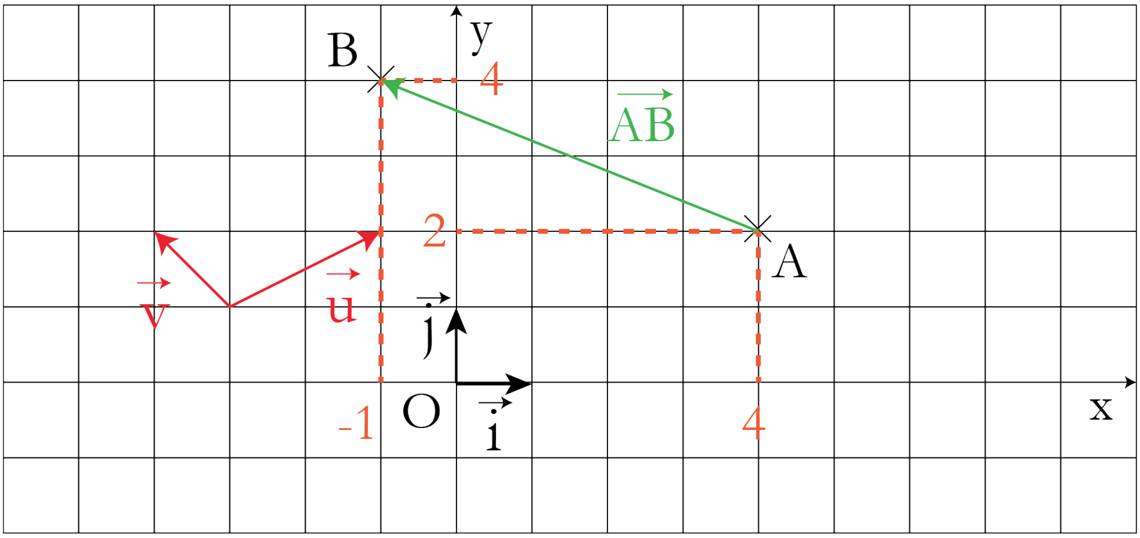
exercice - vecteurs

2. a) D'après la figure, les cordonnées des points A et B dans le repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ sont respectivement (4 ; 2) et (-1 ; 4). Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $\binom{-5}{2}$.



b) D'après la figure, les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont $\binom{2}{1}$ et $\binom{-1}{1}$.

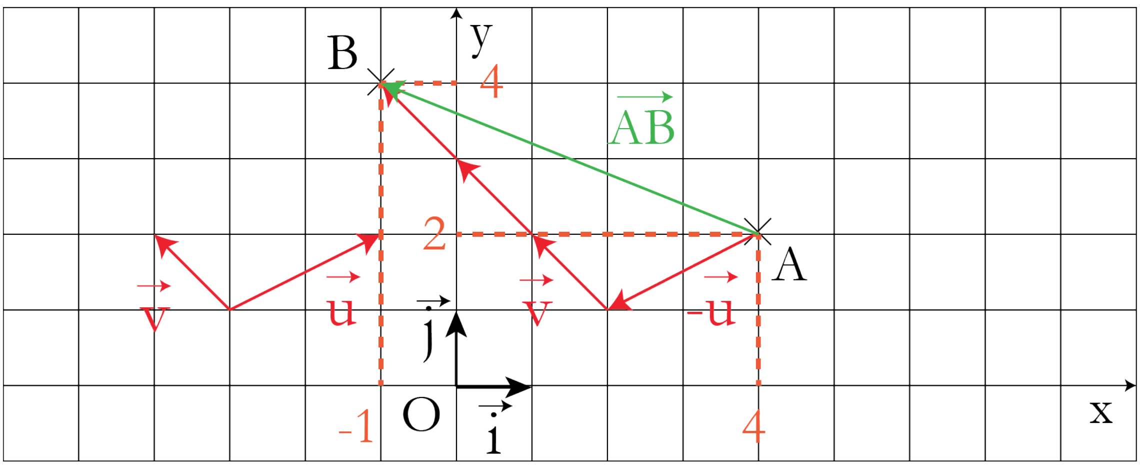
c) Démontrons que $\overrightarrow{OA} = 2\vec{u}$ et $\overrightarrow{OB} = \vec{u} + 3\vec{v}$.

On a : $\overrightarrow{OA} = \binom{x_A - x_O}{y_A - y_O} = \binom{x_A}{y_A} = \binom{4}{2}$ et $2\vec{u} = 2\binom{2}{1} = \binom{4}{2}$, donc : $\overrightarrow{OA} = 2\vec{u}$

De plus : $\overrightarrow{OB} = \binom{x_B}{y_B} = \binom{-1}{4}$

Et : $\vec{u} + 3\vec{v} = \binom{2}{1} + 3\binom{-1}{1} = \binom{2}{1} + \binom{-3}{3} = \binom{2-3}{1+3} = \binom{-1}{4}$, donc : $\overrightarrow{OB} = \vec{u} + 3\vec{v}$.

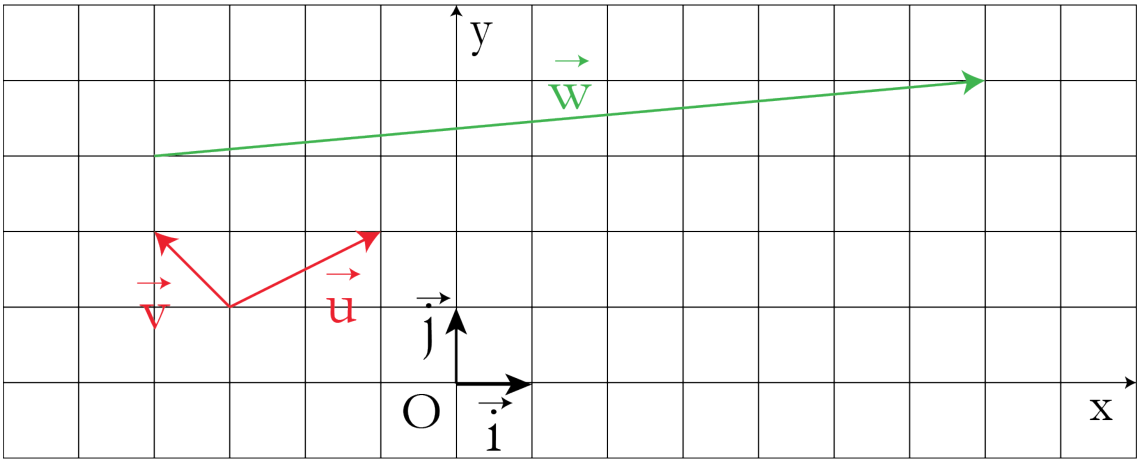
d) Exprimons $\overrightarrow{AB}$ en fonction des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.



On a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = -2\vec{u} + \vec{u} + 3\vec{v} = -\vec{u} + 3\vec{v}$.

e) Soit $\vec{w}$ le vecteur de coordonnées $\binom{11}{1}$.

On souhaite déterminer deux réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$.



$\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$, donc : $\binom{11}{1} = a\binom{2}{1} + b\binom{-1}{1}$.

D'où : $\binom{11}{1} = \binom{2a}{a} + \binom{-b}{b} = \binom{2a-b}{a+b}$.

Ainsi : $\begin{cases} 2a-b=11 \\ a+b=1 \end{cases}$

Pour déterminer a et b, il nous faut par conséquent résoudre le système de 2 équations linéaires à 2 inconnues $\begin{cases} 2a-b=11 \\ a+b=1 \end{cases}$.

Comment faire ?

On a : $\begin{cases} 2a-b=11 \\ a+b=1 \end{cases}$

En ajoutant la première ligne à la deuxième ligne, nous obtenons : $3a = 12$, d'où :

$a = \frac{12}{3} = 4$

Comme $a + b = 1$, on a : $4 + b = 1$ et $b = 1 - 4 = -3$

<u>Conclusion</u>

Nous avons calculé que a = 4 et b = -3, donc : $\vec{w} = 4\vec{u} - 3\vec{v}$.

Voir la décomposition du vecteur $\vec{w}$ sur la figure ci-après.

On remarque que $\vec{w} = 4\vec{u} - 3\vec{v}$.

Cette écriture est la décomposition du vecteur $\vec{w}$ en fonction des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.