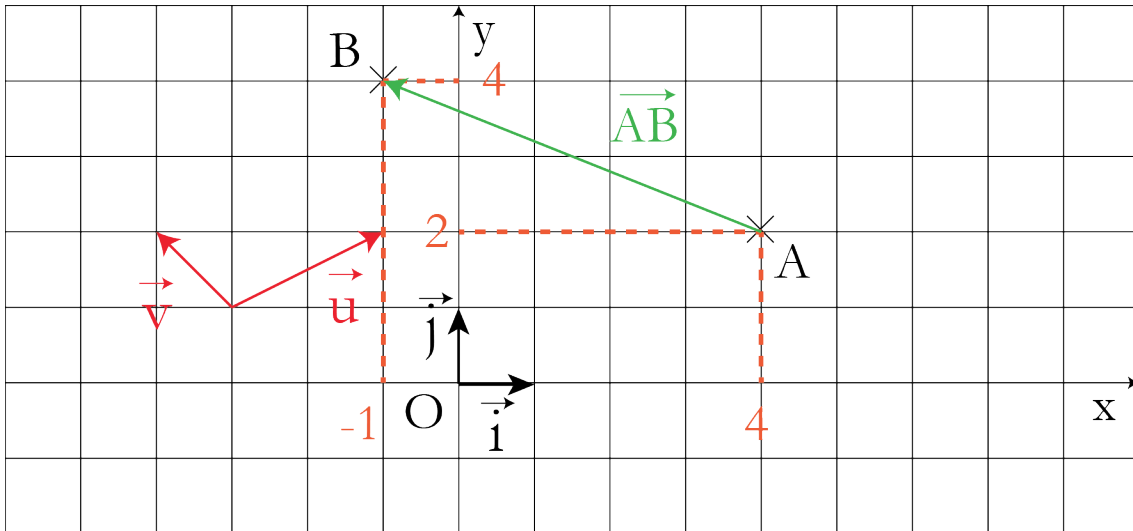


exercice - vecteurs

2. a) D'après la figure, les coordonnées des points A et B dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ sont respectivement $(4; 2)$ et $(-1; 4)$. Les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} sont $\begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$.



b) D'après la figure, les coordonnées des vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

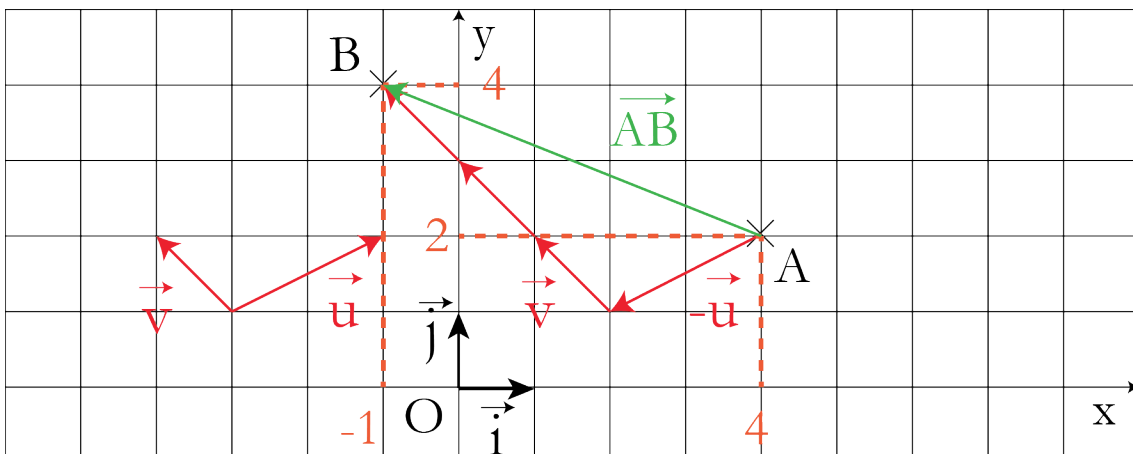
c) Démontrons que $\overrightarrow{OA} = 2\vec{u}$ et $\overrightarrow{OB} = \vec{u} + 3\vec{v}$.

On a : $\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} x_A - x_O \\ y_A - y_O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $2\vec{u} = 2\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$, donc : $\overrightarrow{OA} = 2\vec{u}$

De plus : $\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Et : $\vec{u} + 3\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-3 \\ 1+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$, donc : $\overrightarrow{OB} = \vec{u} + 3\vec{v}$.

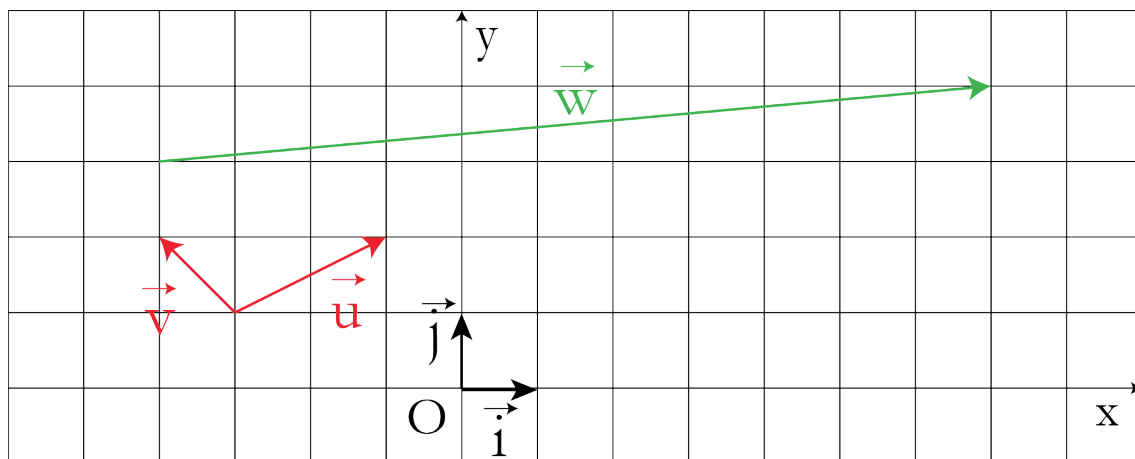
d) Exprimons \overrightarrow{AB} en fonction des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .



On a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = -2\vec{u} + \vec{u} + 3\vec{v} = -\vec{u} + 3\vec{v}$.

e) Soit \vec{w} le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} 11 \\ 1 \end{pmatrix}$.

On souhaite déterminer deux réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$.



$\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$, donc : $\begin{pmatrix} 11 \\ 1 \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

D'où : $\begin{pmatrix} 11 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a \\ a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -b \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a-b \\ a+b \end{pmatrix}$.

Ainsi : $\begin{cases} 2a-b=11 \\ a+b=1 \end{cases}$

Pour déterminer a et b, il nous faut par conséquent résoudre le système de 2 équations linéaires à 2 inconnues $\begin{cases} 2a-b=11 \\ a+b=1 \end{cases}$.

Comment faire ?

On a : $\begin{cases} 2a-b=11 \\ a+b=1 \end{cases}$

En ajoutant la première ligne à la deuxième ligne, nous obtenons : $3a = 12$, d'où :

$a = \frac{12}{3} = 4$

Comme $a + b = 1$, on a : $4 + b = 1$ et $b = 1 - 4 = -3$

Conclusion

Nous avons calculé que $a = 4$ et $b = -3$, donc : $\vec{w} = 4\vec{u} - 3\vec{v}$.

Voir la décomposition du vecteur \vec{w} sur la figure ci-après.

On remarque que $\vec{w} = 4\vec{u} - 3\vec{v}$.

Cette écriture est la décomposition du vecteur \vec{w} en fonction des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

