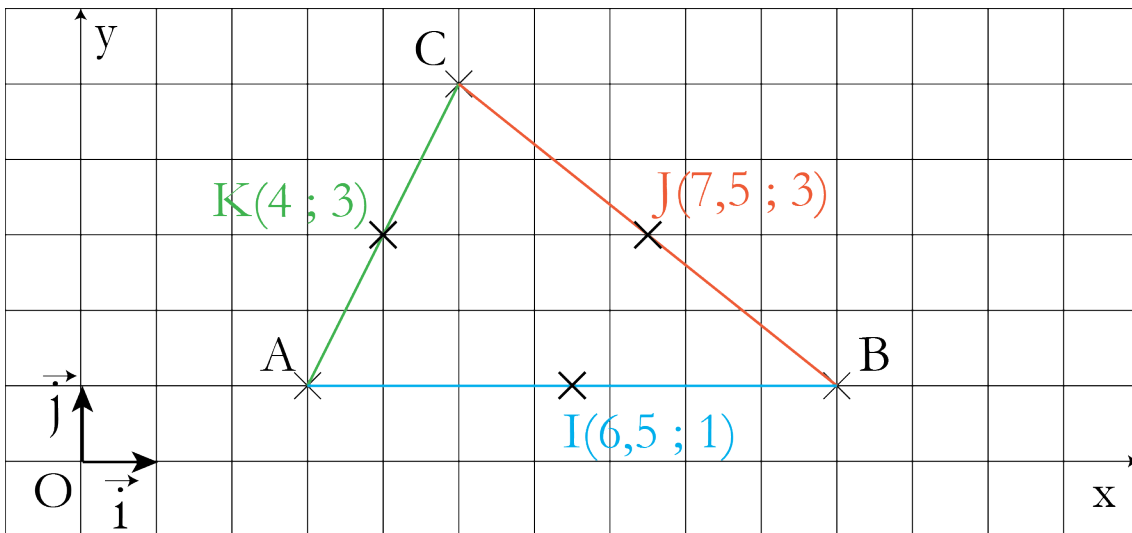


Activité - vecteurs

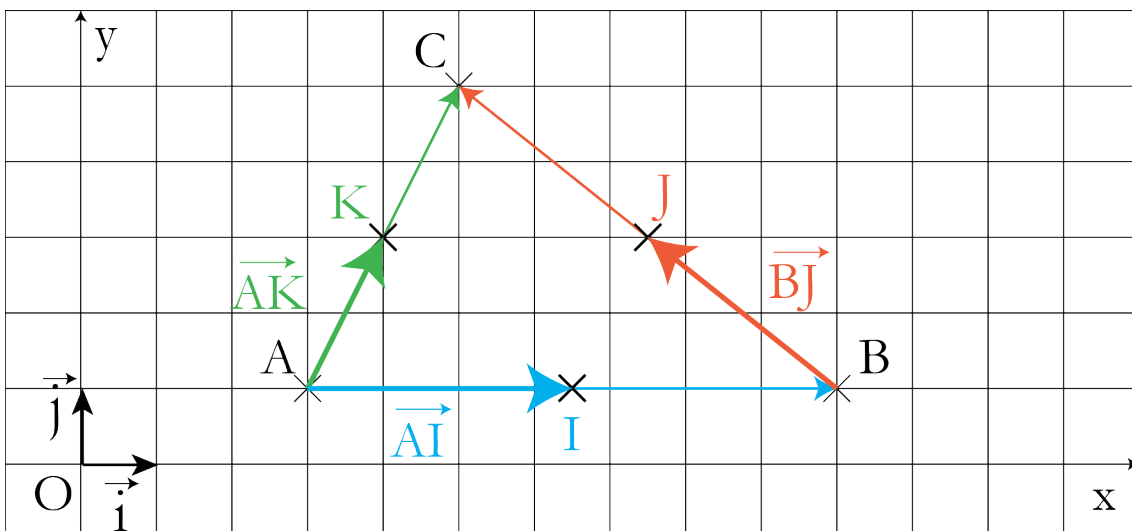
5. a) Pour la construction des milieux I, J et K des segments [AB], [BC] et [AC] respectifs, voir ci-dessous.

On rappelle que les coordonnées cartésiennes du milieu I de deux points A et B sont les milieux respectifs des abscisses et des ordonnées des points A et B. Autrement dit :

$$(x_I; y_I) = \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

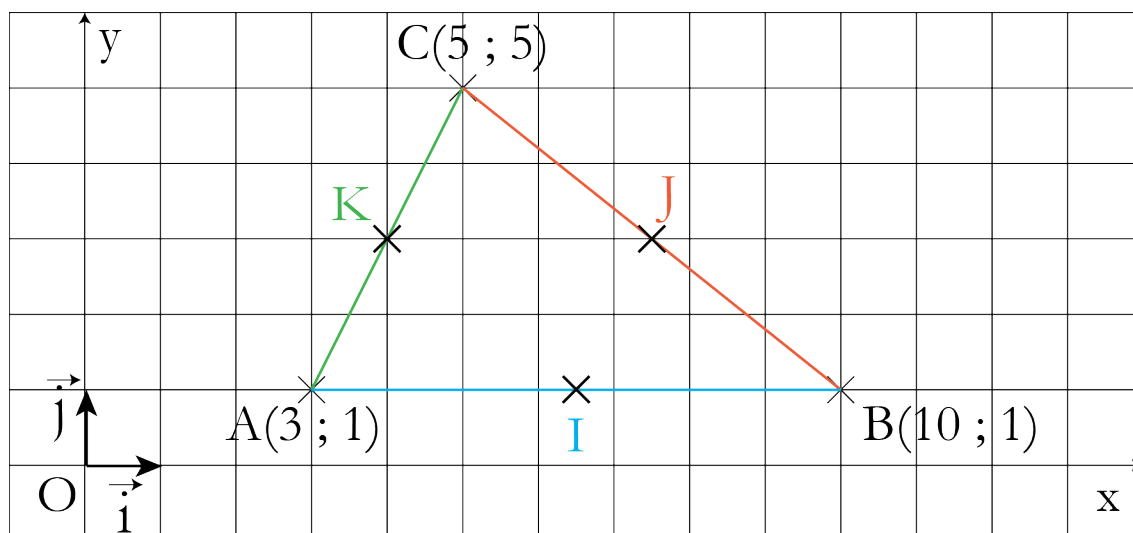


- b) Tracés des vecteurs \vec{AI} et \vec{AB} , \vec{BJ} et \vec{BC} et \vec{AK} et \vec{AC} . On note trivialement que : $\vec{AB} = 2\vec{AI}$ ou encore $\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AB}$. De même : $\vec{BC} = 2\vec{BJ}$ ou encore $\vec{BJ} = \frac{1}{2}\vec{BC}$. Enfin : $\vec{AC} = 2\vec{AK}$ ou encore $\vec{AK} = \frac{1}{2}\vec{AC}$.



c) Déterminer les coordonnées cartésiennes des points A, B et C dans le repère.

Point	Coordonnées cartésiennes
A	(3 ; 1)
B	(7 ; 4)
C	(10 ; 1)



d) Calculons les coordonnées cartésiennes $(x_I; y_I)$ du point I.

$$\text{On a : } \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \text{ avec } \overrightarrow{AI} = \begin{pmatrix} x_I - x_A \\ y_I - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_I - 3 \\ y_I - 1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{De plus : } \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 - 3 \\ 1 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Par conséquent : } \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_I - 3 \\ y_I - 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{D'où : } \begin{cases} x_I - 3 = \frac{7}{2} \\ y_I - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Ce qui donne : } \begin{cases} x_I = \frac{7}{2} + 3 = \frac{13}{2} = 6,5 \\ y_I = 1 \end{cases}$$

Le point I a pour coordonnées cartésiennes (6,5 ; 1), comme noté graphiquement.

e) Calculons les coordonnées cartésiennes $(x_J; y_J)$ du point J.

$$\text{On a : } \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \text{ avec } \overrightarrow{BJ} = \begin{pmatrix} x_J - x_B \\ y_J - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_J - 10 \\ y_J - 1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{De plus : } \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - 10 \\ 5 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Par conséquent : } \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_J - 10 \\ y_J - 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{D'où : } \begin{cases} x_J - 10 = -\frac{5}{2} \\ y_J - 1 = 2 \end{cases}$$

Ce qui donne :
$$\begin{cases} x_I = 10 - \frac{5}{2} = \frac{15}{2} = 7,5 \\ y_I = 2 + 1 = 3 \end{cases}$$

Le point J a pour coordonnées cartésiennes (7,5 ; 3), comme également noté graphiquement.