norme et vecteurs

Norme

Définition - Norme d'un vecteur $\vec{u}$

Soient $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un vecteur défini par rapport à une base orthonormée $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

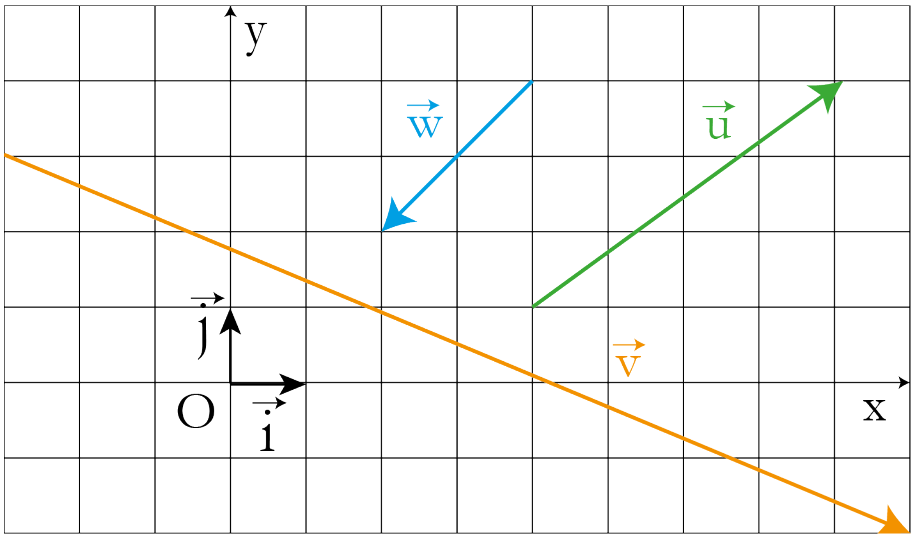
On appelle norme du vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ la longueur de ce vecteur.

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Exercice 1

Soient $\vec{u}\binom{4}{3}$, $\vec{v}\binom{12}{-5}$ et $\vec{w}\binom{-2}{-2}$ trois vecteurs définis dans une base orthonormée $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1. Représentation des trois vecteurs $\vec{u}\binom{4}{3}$, $\vec{v}\binom{12}{-5}$ et $\vec{w}\binom{-2}{-2}$.



2. Déterminons les trois normes $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$ et $\|\vec{w}\|$.

On a : $\|\vec{u}\| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5.$

De plus : $\|\vec{u}\| = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13.$

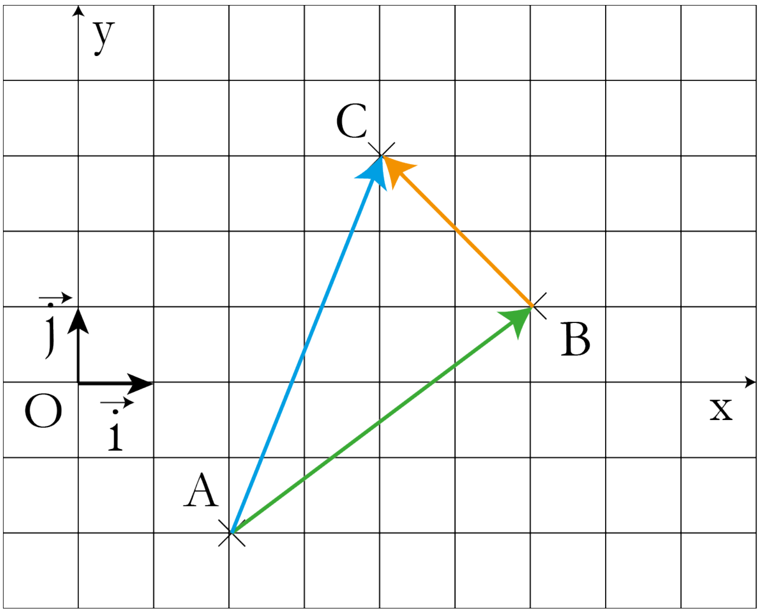
Enfin : $\|\vec{u}\| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{(2)^2 + (2)^2} = \sqrt{2(2)^2} = \sqrt{2} \times 2 = 2\sqrt{2}.$

Définition - Norme d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$

La norme d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est la longueur AB de ce vecteur. On écrit : $\|\overrightarrow{AB}\| = AB$

Exercice 2

Soient A(2 ; -2), B(6 ; 1) et C(4 ; 3) trois points du plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.



1. Déterminons les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

   Le vecteurs $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées vectorielles $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-2 \\ 1-(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

   $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-2 \\ 3-(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

   $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-6 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

2. Déterminons AB, AC et BC.

   On a : AB $= \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$.

   AC $= \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{2^2+5^2} = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$.

   BC $= \|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{(-2)^2+2^2} = \sqrt{(2)^2+(2)^2} = \sqrt{2(2)^2} = \sqrt{2} \times 2 = 2\sqrt{2}$.