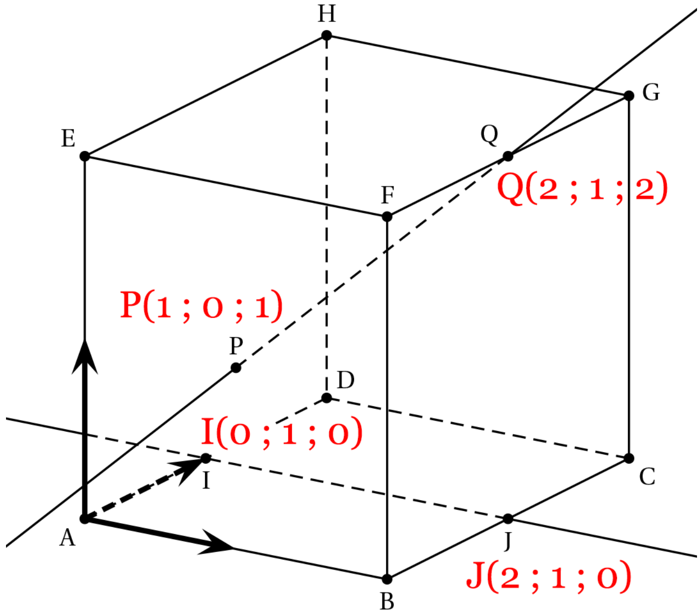
Problème 2

On se place dans le repère orthonormé $\left(A; \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$. On considère la figure ci-dessous :



1. D'après la figure, les coordonnées des points I, J, P et Q sont respectivement (0 ; 1 ; 0), (2 ; 1 ; 0), (1 ; 0 ; 1) et (2 ; 1 ; 2) dans le repère considéré.

2. Déterminons une équation paramétrique de la droite (IJ).

   Pour tout point M(x, y, z) de l'espace, M∈ (IJ) ⇔ $\overrightarrow{IM}$ et $\overrightarrow{IJ}$ sont colinéaires ⇔ Il existe un réel t' tel que $\overrightarrow{IM} = t'\overrightarrow{IJ}$ $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x-0 \\ y-1 \\ z-0 \end{pmatrix} = t'\begin{pmatrix} 2-0 \\ 1-1 \\ 0-0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2t' \\ y-1 = 0 \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

   $\begin{cases} x = 2t' \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$ ← Représentation paramétrique de la droite (IJ)

3. Démontrons qu'une représentation paramétrique de la droite (PQ) est $\begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases}$.

   $\begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = t \\ y-0 = t \\ z-1 = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x-1 \\ y-0 \\ z-1 \end{pmatrix} = t\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = t\begin{pmatrix} 2-1 \\ 1-0 \\ 2-1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$

$\overrightarrow{PM} = t\overrightarrow{PQ} \Leftrightarrow$ M appartient à la droite (PQ) passant par P(1 ; 0 ; 1) et de vecteur directeur $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$.

<u>Conclusion</u> :

Le système $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ est bien une représentation paramétrique de la droite (PQ).