

# Problème 1

L'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ .

On considère deux droites  $d_1$  et  $d_2$  définies par les représentations paramétriques :

$$d_1 : \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3-t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = -5+2t' \\ y = -1+t' \\ z = 5 \end{cases}, t' \in \mathbb{R}.$$

On admet que les droites  $d_1$  et  $d_2$  sont non coplanaires.

Le but de cet exercice est de déterminer, si elle existe, une troisième droite  $\Delta$  qui soit à la fois sécante avec les deux droites  $d_1$  et  $d_2$  et orthogonale à ces deux droites.

1. Vérifier que le point  $A(2; 3; 0)$  appartient à la droite  $d_1$ .
2. Donner un vecteur directeur  $\vec{u}_1$  de la droite  $d_1$  et un vecteur directeur  $\vec{u}_2$  de la droite  $d_2$ .  
Les droites  $d_1$  et  $d_2$  sont-elles parallèles?
3. Vérifier que le vecteur  $\vec{v}(1; -2; -3)$  est orthogonal aux vecteurs  $\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$ .
4. Soit  $P$  le plan passant par le point  $A$ , et dirigé par les vecteurs  $\vec{u}_1$  et  $\vec{v}$ .  
On étudie dans cette question l'intersection de la droite  $d_2$  et du plan  $P$ .
  - a. Montrer qu'une équation cartésienne du plan  $P$  est :  $5x + 4y - z - 22 = 0$ .
  - b. Montrer que la droite  $d_2$  coupe le plan  $P$  au point  $B(3; 3; 5)$ .
5. On considère maintenant la droite  $\Delta$  dirigée par le vecteur  $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ , et passant par le point  $B(3; 3; 5)$ .
  - a. Donner une représentation paramétrique de cette droite  $\Delta$ .
  - b. Les droites  $d_1$  et  $\Delta$  sont-elles sécantes? Justifier la réponse.
  - c. Expliquer pourquoi la droite  $\Delta$  répond au problème posé.