

Algorithmique et Python

exercice 1

On considère la suite (u_n) définie par $u_{n+1} = 5u_n + 4$ avec $u_0 = 0$.

Algorithme 1

On considère les programmes écrits en langage naturel et en Python ci-dessous :

Entrer N
$U \leftarrow 0$
$I \leftarrow 0$
Tant que $I < N$, faire
$U \leftarrow 5 \times U + 4$
$I \leftarrow I + 1$
Afficher U

def u(n):
U = 0
i = 0
while i < n:
U = 5*U + 4
i += 1
return U

Quand on tape : `>>> u(4)` en mode Console, on a l'exécution suivante :

n	i	U	i < n ?
4	0	0	Vrai
	1	4	Vrai
	2	24	Vrai
	3	124	Vrai
	4	624	Faux

Le programme ci-dessus renvoie la valeur du terme de rang n de la suite u pour un n choisi par l'utilisateur.

Algorithme 2

On considère le programme en langage naturel ci-dessous. Écrire le code Python correspondant :

Entrer T
$U \leftarrow 0$
$I \leftarrow 0$
Tant que $U \leq T$, faire
$U \leftarrow 5 \times U + 4$
$I \leftarrow I + 1$
Afficher I

def rank(threshold):
U = 0
i = 0
while U <= threshold:
U = 5*U + 4
i += 1
return I

Compléter le tableau ci-dessous et expliquer ce que l'on obtient quand la valeur 50 est choisie.

threshold	i	U	U <= threshold ?
50	0	0	Vrai
	1	4	Vrai
	2	24	Vrai
	3	124	Faux

L'algorithme ci-dessus détermine le rang à partir duquel tous les termes de la suite u dépassent un seuil entré par l'utilisateur. Ici, à partir du rang 3, tous les termes de la suite dépassent la valeur 50.

exercice 2

On considère la suite arithmético-géométrique (u_n) définie par la relation de récurrence $u_{n+1} = 0,95u_n + 6$ avec $u_0 = 42$.

Algorithme

On considère le programme écrit en langage naturel. Le traduire en Python ci-dessous :

Entrer S
$U \leftarrow 42$
$N \leftarrow 0$
Tant que $U < S$, faire
$U \leftarrow 0,95 \times U + 6$
$N \leftarrow N + 1$
Fin Tant que
Afficher N

def rang(S):
U = 42
N = 0
while U<S:
U = 0.95*U + 6
N+=1
return N

Quand on prend $S = 100$, on obtient l'exécution ci-dessous :

S	N	U	U < S ?
100	0	42	Vrai
	1	45,9	Vrai
	2	49,605	Vrai
	3	53,12475	Vrai
	4	56,4685125	Vrai
		⋮	
		⋮	
		⋮	
	26	99,445432631673	Vrai
	27	100,473161000009	Faux

A partir du rang 27, tous les termes de la suite u ont une valeur supérieure à 100.

Cet algorithme est appelé "*algorithme de détermination du rang à partir duquel tous les termes de la suite dépassent un seuil donné*".