

Limite finie d'une suite

Exercices 34 et 36, page 184

34 (u_n) est la suite définie sur \mathbb{N} par $u_n = \frac{n+1}{n+2}$.

n	8	98	998	9 998	$10^9 - 2$
u_n	0,9	0,99			

- a)** Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessus.
b) Conjecturer la limite de la suite (u_n) .

36 (I_n) est la suite définie sur \mathbb{N}^* par $I_n = 5 - \frac{1}{n}$.

- a)** À partir de quel entier naturel n , $4,9 < I_n < 5,1$?
b) À partir de quel entier naturel n , $4,99 < I_n < 5,01$?
c) $\alpha > 0$ et $\beta > 0$ désignent deux nombres réels.

Démontrer que pour tout entier naturel $n \geq 1$,

$$5 - \alpha < I_n < 5 + \beta \text{ équivaut à } 5 - \alpha < I_n < 5.$$

- d)** Démontrer que pour tout entier naturel $n \geq 1$,

$$5 - \alpha < I_n < 5 \text{ équivaut à } \frac{1}{\alpha} < n.$$

- e)** En déduire la limite de la suite (I_n) .