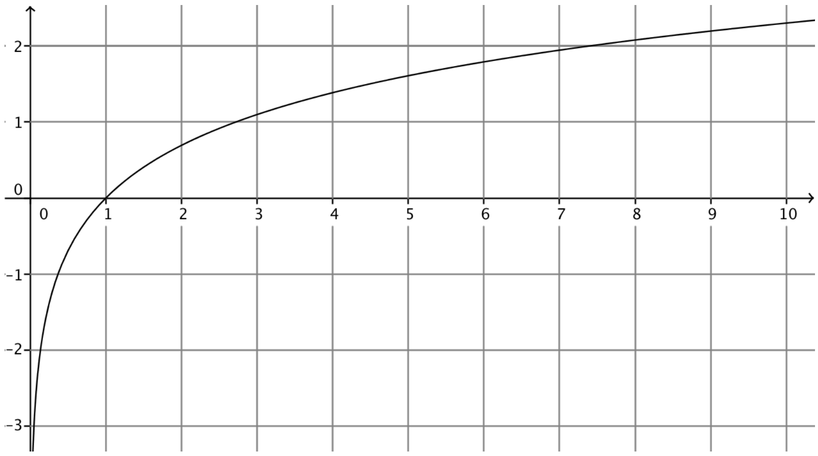
Logarithme népérien

Représentation graphique

Ln(e) = 1

Ln(1) = 0



Domaine de définition

La fonction "logarithme népérien" est une fonction définie, continue et dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

Signe

Sur $]0 ; 1]$, $\ln(x) \leq 0$.

Sur $[1 ; +\infty[$, $\ln(x) \geq 0$.

Variations

La fonction ln est strictement croissante et concave sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

Pour tous réels a et strictement positifs, $a < b \Leftrightarrow \ln a < \ln b$

$$a = b \Leftrightarrow \ln a = \ln b$$

Relation fonctionnelle

$$\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$$

Corollaire

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$ $\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln(b)$ $\ln\left(\sqrt{a}\right) = \frac{1}{2}\ln(a)$ $\ln\left(a^n\right) = n \times \ln(a)$

exponentielle et ln

Pour tout x réel, $\ln(e^x) = x$;

pour tout réel strictement positif x, $e^{\ln(x)} = x$.

dérivation

$(\ln(x))' = \frac{1}{x}$ avec $x > 0$ $(\ln(u(x)))' = \frac{u'(x)}{u(x)}$ avec $u(x) > 0$

concavité

La fonction logarithme népérien est concave sur $]0 ; +\infty[$.

Soit $f(x) = \ln(x)$, on a : $f'(x) = \frac{1}{x}$ et $f''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$.

résolution d'équations

Définition

Soit x un nombre réel et k un réel strictement positif, l'équation $e^x = k$ admet une unique solution notée $\ln(k)$ et appelée logarithme népérien de k.

Propriété 1

Pour tout réel x et tout réel $k > 0$, $e^x = k \Leftrightarrow x = \ln k$

Propriété 2

Pour tout réel a positif et tout réel $k > 0$, n étant un entier relatif, $a^n = k \Leftrightarrow n = \frac{\ln k}{\ln a}$