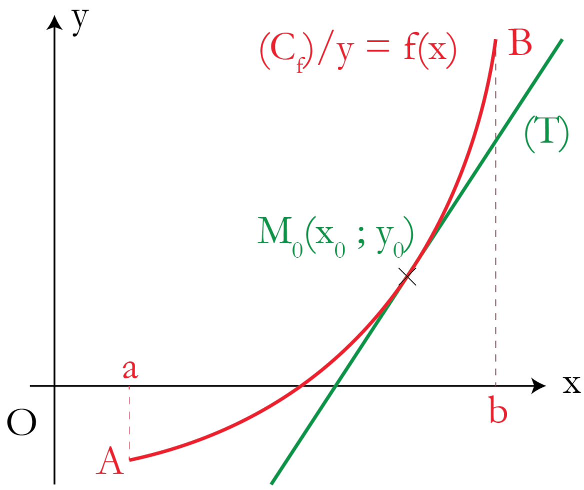
Méthode de Newton

On considère la fonction f définie, continue, dérivable et convexe sur l'intervalle [a ; b] représentée par la courbe (C_f) ci-dessous.



Lemme 1

La tangente (T) à la courbe (C_f) représentative d'une fonction f, définie, continue, convexe sur un intervalle [a ; b], en un point quelconque de la courbe, est située au-dessous de la courbe (C_f).

1. Indiquer l'équation de la courbe (C_f).

2. Donner une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse x_0.

3. Sur la courbe, placer un point M d'abscisse x. Indiquer son ordonnée.
   Sur la tangente, placer un point M' d'abscisse x. Indiquer son ordonnée.

4. On considère la fonction h définie par : $h(x) = f(x) - f(x_0) - f'(x_0)(x - x_0)$ sur l'intervalle [a ; b].

   a. Interpréter géométriquement h(x).
   b. Calculer h(0).
   c. Déterminer h'(x).
   d. Dresser le tableau de variation de h sur [a ; b].
   e. En déduire le signe de h(x) pour tout réel x de l'intervalle [a ; b].
   f. Conclure.

ANNEXE