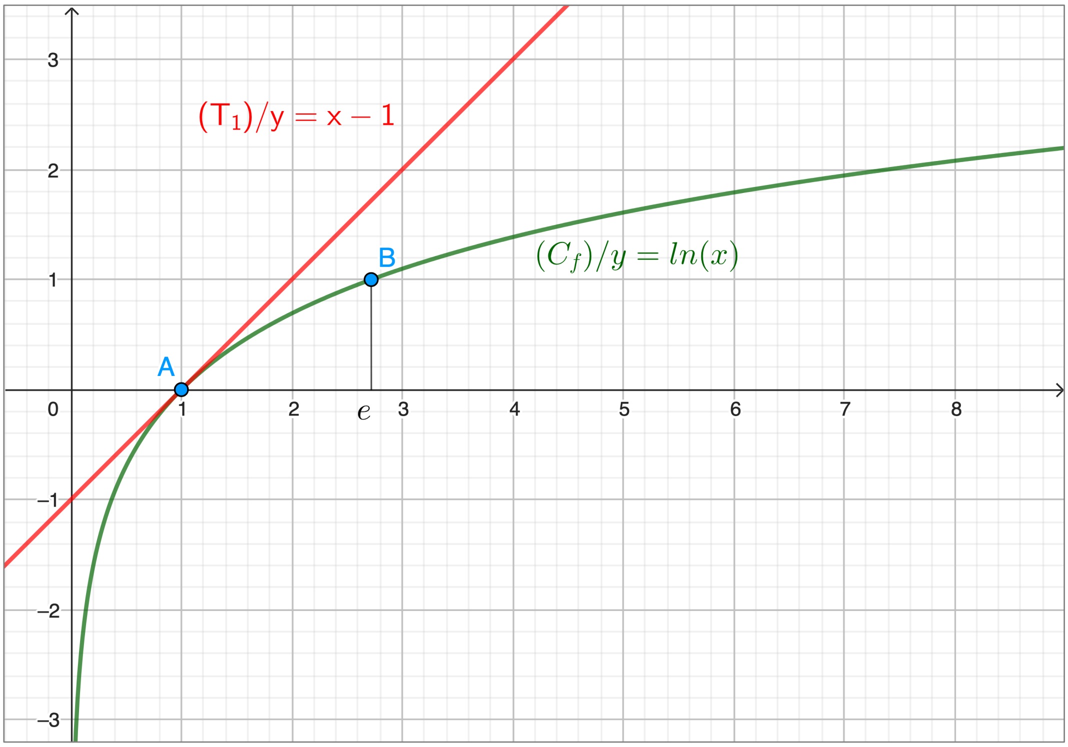
Logarithme népérien

Représentation graphique

$Ln(e) = 1$

$Ln(1) = 0$



$e \approx 2{,}718$

Domaine de définition

La fonction "logarithme népérien" est une fonction définie, continue et dérivable sur l'intervalle]0 ; +∞[.

Signe

Sur]0 ; 1], $ln(x) \leq 0$.

Sur [1 ; +∞[, $ln(x) \geq 0$.

Variations

La fonction ln est strictement croissante et concave sur l'intervalle]0 ; +∞[.

Pour tous réels a et strictement positifs, $a < b \Leftrightarrow ln(a) < ln(b)$

$a = b \Leftrightarrow ln(a) = ln(b)$

Relation fonctionnelle

$$ln(a \times b) = ln(a) + ln(b)$$

Corollaire

$$ln\left(\frac{a}{b}\right) = ln(a) - ln(b) \quad ln\left(\frac{1}{b}\right) = -ln(b) \quad ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}ln(a) \quad ln(a^n) = nln(a)$$

exponentielle et ln

Pour tout x réel, $ln(e^x) = x$;

Pour tout réel strictement positif x, $e^{ln(x)} = x$;

dérivation

$ln'(x) = \frac{1}{x}$ avec $x > 0$ $\quad$ $ln'(u(x)) = \frac{u'(x)}{u(x)}$ avec $u(x) > 0$

concavité

La fonction logarithme népérien est concave sur]0 ; +∞[.

Soit $f(x) = ln(x)$, on a : $f'(x) = \frac{1}{x}$ et $f''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$.

Résolution d'équations

Définition

Soit x un nombre réel et k un réel strictement positif, l'équation $e^x = k$ admet une unique solution notée $ln(k)$ et appelée logarithme népérien de k.

Propriété 1

Pour tout réel x et tout réel k > 0, $e^x = k \Leftrightarrow x = ln(k)$.

Propriété 2

Pour tout réel a positif et tout réel k > 0, n étant un entier relatif, $a^n = k \Leftrightarrow n = \frac{ln(k)}{ln(a)}$.