

## Problème

Lors d'une expérience en laboratoire, on lance un projectile dans un milieu fluide. L'objectif est de déterminer pour quel angle de tir  $\theta$  par rapport à l'horizontale la hauteur du projectile ne dépasse pas 1,6 mètre. Comme le projectile ne se déplace pas dans l'air mais dans un fluide, le modèle parabolique usuel n'est pas adopté. On modélise ici le projectile par un point qui se déplace, dans un plan vertical, sur la courbe représentative de la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0; 1[$  par :

$$f(x) = bx + 2\ln(1-x)$$

où  $b$  est un paramètre réel supérieur ou égal à 2,  $x$  est l'abscisse du projectile,  $f(x)$  son ordonnée, toutes les deux exprimées en mètres.

1. La fonction  $f$  est dérivable sur l'intervalle  $[0; 1[$ . On note  $f'$  sa fonction dérivée. Démontrer que la fonction  $f'$  est définie sur l'intervalle  $[0; 1[$  par :

$$f'(x) = \frac{-bx + b - 2}{1-x}.$$

2. Montrer que le maximum de la fonction  $f$  est égal à  $b - 2 + 2\ln\left(\frac{2}{b}\right)$ .
3. Déterminer pour quelles valeurs du paramètre  $b$  la hauteur maximale du projectile ne dépasse pas 1,6 mètre.
4. Dans cette question, on choisit  $b = 5,69$ .

L'angle de tir  $\theta$  correspond à l'angle entre l'axe des abscisses et la tangente à la courbe de la fonction  $f$  au point d'abscisse 0 comme indiqué sur le schéma donné en ANNEXE.

Déterminer une valeur approchée au dixième de degré près de l'angle  $\theta$ .

