Propriétés de linéarité de l'intégrale

Propriété 1

Pour tout réel λ, on a l'égalité :

$$\int_a^b \lambda f(x)dx = \lambda \int_a^b f(x)dx$$

Exercice 1

On considère la fonction affine f définie par : $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$.

1. Représenter graphiquement la fonction affine f.

2. Déterminer :

$$\int_1^3 f(x)dx$$

3. Interpréter graphiquement le résultat.

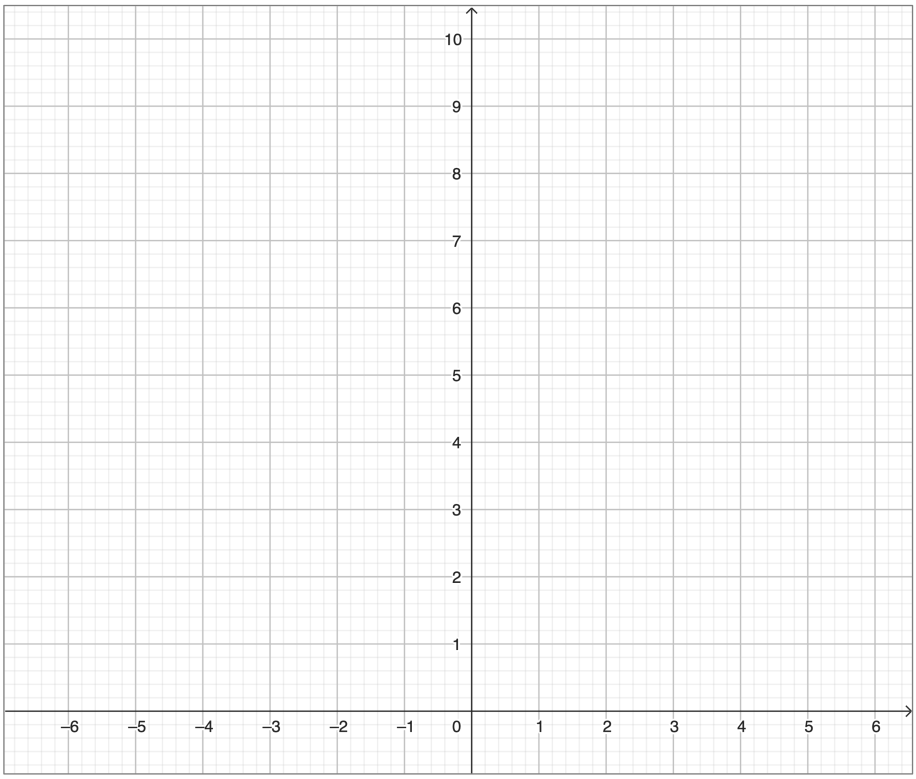
4. On considère la fonction g définie par : $g(x) = 2f(x)$. Représenter graphiquement g.

5. Déterminer :

$$\int_1^3 g(x)dx$$

6. Comparer les intégrales $\int_1^3 f(x)dx$ et $\int_1^3 g(x)dx$.

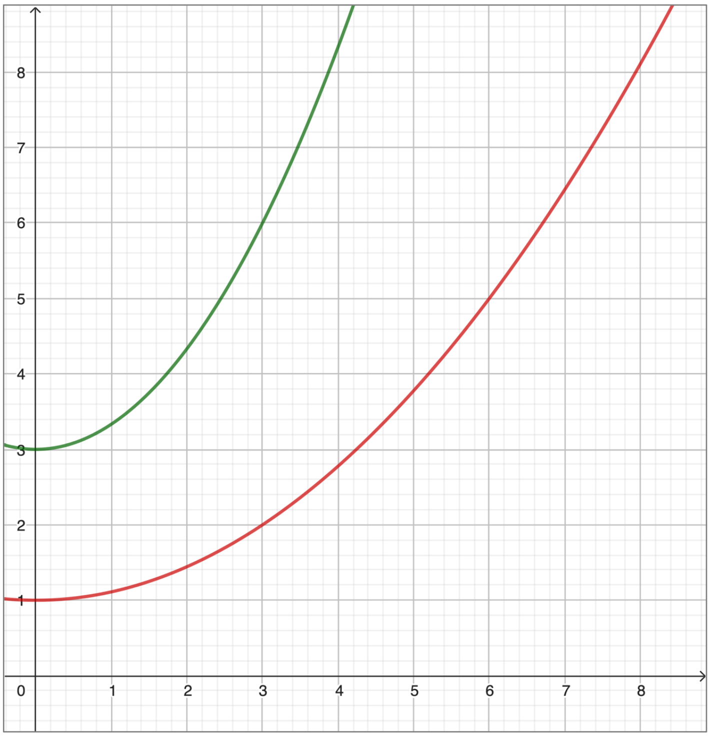
Représentation graphique



EXERCICE 2

On considère les fonctions f et g définie par : $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + 3$ et $g(x) = \frac{1}{9}x^2 + 1$.

1. Identifier les courbes représentatives des fonctions f et g sur la figure ci-dessous :



2. Déterminer $\int_1^4 f(x)dx$ et interpréter graphiquement le résultat.

3. Déterminer $\int_1^4 g(x)dx$ et interpréter graphiquement le résultat.

4. Comparer les intégrales calculées.

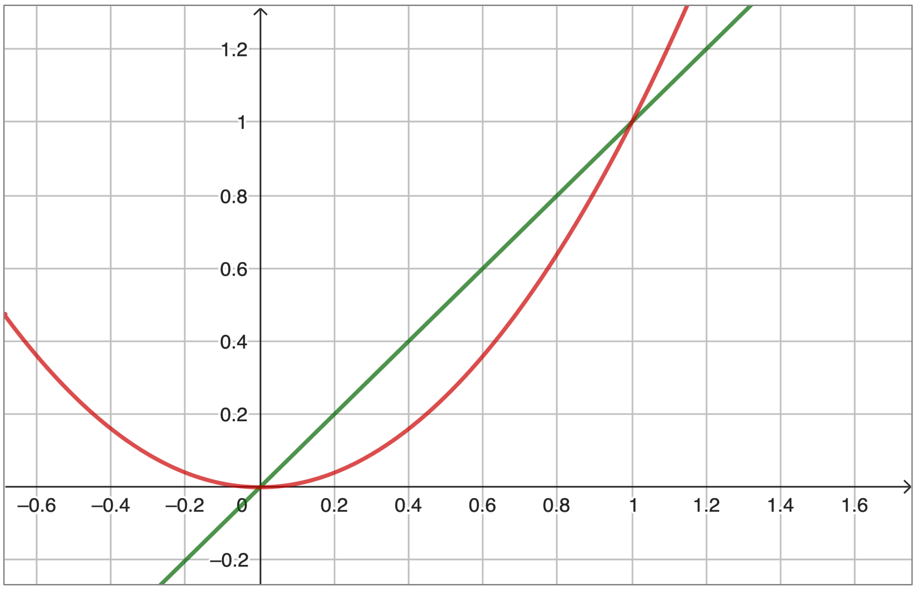
Propriété 2

Pour toutes fonctions f et g continues sur [a ; b], on a l'égalité :

$$\int_a^b \big(f(x) - g(x)\big)dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$$

Exercice 3

On considère les fonctions f et g définies par : $f(x) = x$ et $g(x) = x^2$.



1. Identifier graphiquement sur la figure l'intégrale :

$$\int_0^1 f(x)dx$$

2. Identifier graphiquement :

$$\int_0^1 g(x)dx$$

3. Calculer $\int_0^1 f(x)dx - \int_0^1 g(x)dx$.

4. Interpréter le calcul ci-dessus.

5. Calculer, puis interpréter le résultat :

$$\int_0^1 \big(f(x) - g(x)\big)dx$$