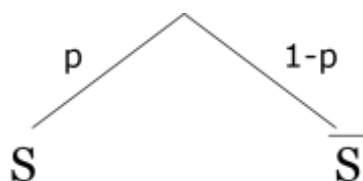


Dossier : La loi binomiale (1)

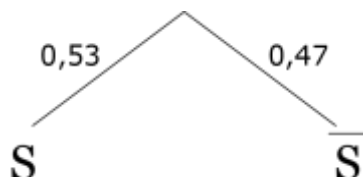
1. Épreuve de Bernoulli

1.1. Définition

Une épreuve de Bernoulli est une expérience aléatoire à deux issues S et \bar{S} (S pour "Succès"), la probabilité d'un succès étant notée p ($0 \leq p \leq 1$).



1.2. Exemple : Epreuve de Bernoulli de paramètre $p = 0,53$



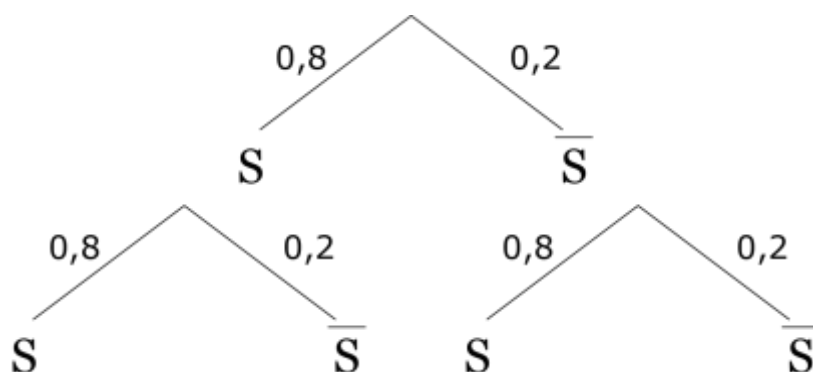
2. Schéma de Bernoulli

2.1. Définition

Un schéma de Bernoulli est une répétition d'épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes.

Un schéma de Bernoulli de paramètres n et p est la répétition de n épreuves de Bernoulli, identiques et indépendantes, de paramètre p .

2.2. Exemple : Schéma de Bernoulli de paramètre $n = 2$ et $p = 0,8$



3. Loi binomiale

On considère un schéma de Bernoulli caractérisé par la répétition de n épreuves de Bernoulli, identiques et indépendantes, de paramètre p , p étant la probabilité d'un succès.

On considère X la variable aléatoire qui associe à cette répétition de n épreuves le nombre de succès obtenus.

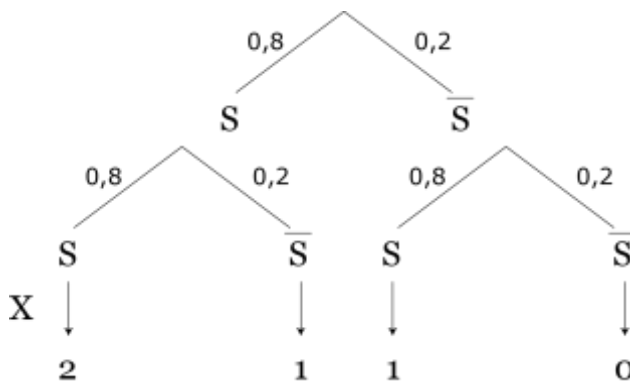
La loi de probabilité que suit la variable aléatoire X est appelée loi binomiale de paramètres n et p .

On dit que X suit la loi $B(n, p)$.

Dossier : La loi binomiale (2)

3.1. Loi binomiale B(2 ; 0,8).

On considère un schéma de Bernoulli caractérisé par la répétition de 2 épreuves de Bernoulli, identiques et indépendantes, de paramètre 0,8 et X la variable aléatoire qui associe à cette répétition de 2 épreuves le nombre de succès.



La variable aléatoire X est une fonction qui associe à un résultat de l'expérience schématisée le nombre de succès obtenus. X peut prendre 3 valeurs distinctes : 0, 1 et 2.

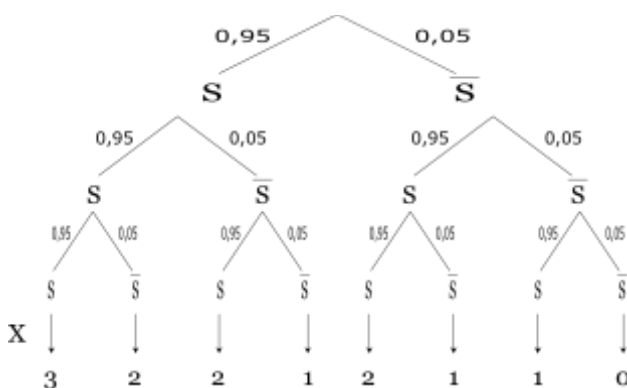
Loi de probabilité de la variable aléatoire discrète X

k	0	1	2
$P(X = k)$	$1 \times (0,2)^2$	$2 \times 0,2 \times 0,8$	$1 \times (0,8)^2$
$\binom{n}{k}$	$\binom{2}{0} = 1$	$\binom{2}{1} = 2$	$\binom{2}{2} = 1$

On dit que la variable X suit la loi binomiale B(2 ; 0,8).

3.2. Loi binomiale B(3 ; 0,95).

On considère un schéma de Bernoulli caractérisé par la répétition de 3 épreuves de Bernoulli, identiques et indépendantes, de paramètre 0,95 et X la variable aléatoire qui associe à cette répétition de 3 épreuves le nombre de succès.



La variable aléatoire X peut prendre 4 valeurs distinctes : 0, 1, 2 et 3.

On note, d'après l'arbre, que : $P(X = 2) = 3 \times 0,95^2 \times 0,25^1$ (2 succès et 1 échec), le nombre 3 étant le coefficient binomial $\binom{3}{2} = 3$, nombre de fois qu'un chemin comporte 2 succès (S).

Dossier : La loi binomiale (3)

Loi de probabilité de la variable aléatoire discrète X

k	0	1	2	3
$P(X = k)$	$1 \times (0,05)^3$	$3 \times (0,05)^2 \times 0,95$	$3 \times 0,05 \times (0,95)^2$	$1 \times (0,95)^3$
$\binom{n}{k}$	$\binom{3}{0} = 1$	$\binom{3}{1} = 3$	$\binom{3}{2} = 3$	$\binom{3}{3} = 1$

On dit que la variable X suit la loi binomiale $B(3 ; 0,95)$.

3.3. Loi binomiale $B(n ; p)$.

On considère un schéma de Bernoulli caractérisé par la répétition de n épreuves de Bernoulli, identiques et indépendantes, de paramètre n et X la variable aléatoire qui associe à cette répétition de n épreuves le nombre de succès.

La variable aléatoire X suit la loi binomiale $B(n ; p)$. La probabilité que la variable aléatoire X prenne pour valeur la valeur k ($0 \leq k \leq n$) est donnée par :

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

Nombre de chemins réalisant k succès
parmi n possibles

3.4. Utilisation de la calculatrice

$P(X = k) = \text{binomFdp}(n, p, k)$ ou $\text{binompdf}(n, p, k)$ selon modèle Texas Instruments.

$P(0 \leq X \leq k) = \text{binomFRep}(n, p, k)$ ou $\text{binomcdf}(n, p, k)$

4. Espérance, variance et écart-type de la v. a. X.

L'espérance de la variable aléatoire X se note $E(X)$ et est donnée par : $E(X) = n \times p$

La variance est : $V(X) = n \times p \times (1 - p)$

L'écart-type est : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$