RÉCURRENCE - vérification

Pour une initialisation réussie, dans le cadre d'un raisonnement par récurrence, il est généralement prudent d'identifier les membres de l'égalité ou de l'inégalité à démontrer par des lettres A et B, par exemple. Cette identification offre une souplesse d'expression qui facilite la conclusion de l'étape.

1. On considère la propriété P(n) : $1 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

   Vérifier que la propriété est vraie pour n = 0, 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

2. On considère la propriété P(n) : $2^n \geq 4n$.

   Vérifier si cette propriété est vraie pour n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...

3. On définit la suite (u_n) par $u_0 = 0$ et, pour tout $n > 0$, par : $u_{n+1} = \sqrt{4 + {u_n}^2}$.

   On considère la propriété P(n) : $u_n = 2\sqrt{n}$.
   Vérifier que cette propriété est vraie pour n = 0, 1, 2, 3, 4.

4. Soit la suite (q_n) définie par $q_1 = 1/3$ et, pour tout $n \geq 1$, par : $q_{n+1} = \frac{n+1}{3n} q_n$.
   On considère la propriété P(n) : $q_n = \frac{n}{3^n}$.

   Vérifier que cette propriété est vraie pour n = 1, 2 et 3.