

évaluation de mathématiques

Compétences valorisées dans la partie "Suite et récurrence"

Je sais communiquer : formuler les hypothèses, formuler le problème posé et/ou répondre directement aux questions avec clarté :

Je sais raisonner en respectant le langage de l'énoncé :

Je sais analyser un algorithme et un programme écrit en langage Python :

Suite et récurrence (9 pts)

Soit (u_n) la suite définie par $u_{n+1} = 5u_n + 4$ et $u_0 = 0$.

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 . (0,5 pt)
2. La suite est-elle croissante, décroissante ? Que peut-on conjecturer ? (0,5 pt)

On considère la propriété $P(n)$: " $u_n = 5^n - 1$ ".

3. Démontrer que la propriété $P(0)$ est vraie, c'est-à-dire que la propriété $P(n)$ est vraie lorsque $n = 0$. (1 pt)
4. On suppose que la propriété $P(k)$ est vraie, k étant un nombre entier.
Traduire cette hypothèse par une égalité. (1 pt)
5. Exprimer u_{k+1} en fonction de k lorsque la propriété $P(k+1)$ est vraie. (1 pt)
6. Démontrer que si $P(k)$ vraie, alors $P(k+1)$ vraie. (2 pts)
7. Quelles sont les étapes mises en jeu dans un raisonnement par récurrence ? (0,5 pt)
8. La propriété $P(n)$: " $u_n = 5^n - 1$ " est-elle vraie pour tout entier naturel n ? (0,5 pt)
9. Déterminer u_5 . (0,5 pt)
10. Exprimer $u_{u+1} - u_n$ en fonction de n . (1 pt)
En déduire que la suite (u_n) est croissante. (0,5 pt)

Algorithmique et programmation en Python (7 pts)

On considère la suite (u_n) définie par $u_{n+1} = 5u_n + 4$ et $u_0 = 0$ et l'algorithme, écrit en langage naturel ci-dessous, supposé permettre d'afficher le terme de rang n de la suite (u_n) .

```
Entrer n
u ← 0
Pour i allant de 1 à N, faire
    u ← 5u + 4
Afficher u
```

1. Cet algorithme contient deux erreurs liées à une mauvaise saisie au clavier : **recopier** en corrigeant les deux erreurs l'algorithme adapté à la tâche proposée. (2 pts)
2. Vérifier que l'algorithme corrigé fonctionne bien en **recopiant** et complétant le tableau ci-dessous lorsque l'utilisateur entre la valeur $n = 4$. (3 pts)

n	i	u

3. On considère le code écrit en Python ci-dessous :

```
def u(rang):  
    U = 0  
    for i in range(rang):  
        U = 5*U + 4  
    return U  
  
n = int(input("Entrer n : "))  
print(u(n))
```

1. Quel est le rôle du bloc de code commençant par def ? (0,5 pt)
2. A quoi sert l'instruction $n = \text{int}(\text{input}(\text{"Entrer n : "}))$? (0,5 pt)
3. Que se passe-t-il lorsqu'un utilisateur exécute le code et saisit la valeur 3 ? (1 pt)