

RÉCURRENCE - initialisation

Pour une initialisation réussie, dans le cadre d'un raisonnement par récurrence, il est généralement prudent d'identifier les membres de l'égalité ou de l'inégalité à démontrer par des lettres A et B, par exemple. Cette identification offre une souplesse d'expression qui facilite la conclusion de l'étape. Dans chaque exemple ci-dessous, écrire l'étape d'initialisation de la propriété considérée.

1. On considère la propriété $P(n) : 1 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ pour tout entier n .

2. On considère la propriété $P(n) : 2^n \geq 4n$ pour $n \geq 4$.

3. On définit la suite (u_n) par $u_0 = 0$ et, pour tout $n > 0$, par : $u_{n+1} = \sqrt{4 + u_n^2}$.

On considère la propriété $P(n) : u_n = 2\sqrt{n}$ pour tout n entier.

4. Soit la suite (q_n) définie par $q_1 = 1/3$ et, pour tout $n \geq 1$, par : $q_{n+1} = \frac{n+1}{3n} q_n$.

On considère la propriété $P(n) : q_n = \frac{n}{3^n}$ pour tout $n \geq 1$.